

Übungen zur Vorlesung **Partielle Differenzialgleichungen I**, WS 08/09

Blatt 7. Abgabe: Donnerstag (4. 12.) vor der Vorlesung.

Aufgabe 1:

Bestimme nichttriviale Lösungen ($\nabla\chi \neq 0$) der charakteristischen Gleichung zu

$$x^2 u_{xx} - u_{yy} = f(x, y, u, \nabla u),$$

f ist eine gegebene Funktion.

Aufgabe 2:

Bestimme alle Lösungen von

$$u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} = 0.$$

Tipp: Mittels Hauptachsentransformation und Streckung der Achsen läßt sich diese Gleichung in die Wellengleichung überführen.

Aufgabe 3:

Die Schwingung eines Stabes wird beschrieben durch folgendes System von Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$\begin{aligned} w_x - \frac{1}{E}\sigma_t &= 0 \\ \sigma_x - \rho w_t &= 0. \end{aligned}$$

Dabei sind σ die Spannung, w die Auslenkung des Stabes und E , ρ positive Konstanten.

- Bestimme den Typ des Systems.
- Überführe das System in zwei entkoppelte Gleichungen (dh., w, σ kommen jeweils nur in einer Gleichung vor).
- Gib nichttriviale Lösungen an.

Aufgabe 4:

Beweise die Formel $\mathbf{n} = \nabla_x \chi / |\nabla_x \chi|$ aus der Vorlesung.