

Übungen zur Vorlesung **Partielle Differenzialgleichungen I**, WS 08/09

Blatt 9. Abgabe: Donnerstag (18. 12.) vor der Vorlesung.

Aufgabe 1:

Bestimme den Typ des „stationären“ Systems der Gasdynamik im \mathbb{R}^2 für eine (isentrope) Strömung:

$$\begin{aligned}\rho u u_x + \rho v u_y + a^2 \rho_x &= 0 \\ \rho u v_x + \rho v v_y + a^2 \rho_y &= 0 \\ \rho(u_x + v_y) + u \rho_x + v \rho_y &= 0.\end{aligned}$$

Dabei bedeuten (u, v) die Geschwindigkeit, ρ die Dichte und $a = \sqrt{p'(\rho)}$ die Schallgeschwindigkeit.

Aufgabe 2:

Sei $u(x, t) \in C^2(\mathbb{R}^2)$ Lösung der eindimensionalen Wellengleichung

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}.$$

Zeige

$$u(A) + u(C) = u(B) + u(D)$$

für alle Parallelogramme $ABCD$ in der (x, t) -Ebene, die durch charakteristische Linien begrenzt werden, vgl. Abbildung 1.

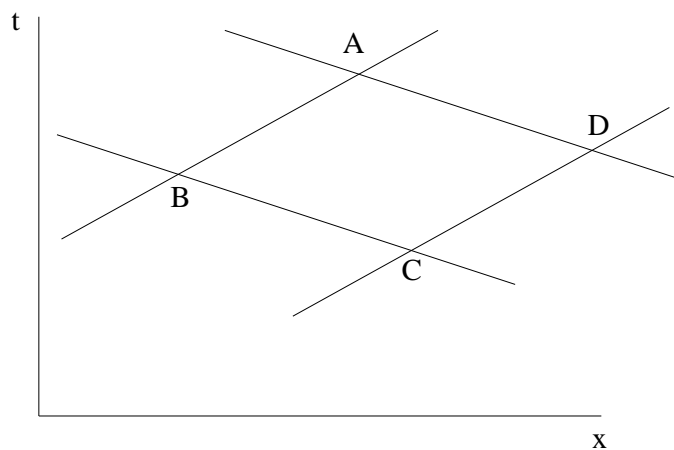


Abbildung 1: Abbildung zu Aufgabe 2

bitte wenden

Aufgabe 3:

Löse das AWP

$$\begin{aligned}3u_{tt} - 4u_{xx} &= 0 \\u(x, 0) &= \sin x \\u_t(x, 0) &= 1 .\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Löse das AWP

$$\begin{aligned}u_{tt} - c^2u_{xx} &= x^2 \\u(x, 0) &= x \\u_t(x, 0) &= 0 .\end{aligned}$$

Tipp: Suche zunächst eine zeitunabhängige Lösung der DGL und überführe dann das obige Problem in ein AWP mit homogener DGL.