Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Prof. Dr. Erich Miersemann

Übungen zur Vorlesung **Partielle Differenzialgleichungen I**, WS 08/09

Blatt 11. Abgabe: Donnerstag (21. 1.) vor der Vorlesung.

Aufgabe 1:

Beweise
$$\int_{\mathbb{R}^n} \mathrm{e}^{-|y|^2/2}\, dy = (2\pi)^{n/2}.$$

Aufgabe 2:

Zeige, dass für die durch die Poissonsche Formel definierte Lösung $u(x,t)$ mit gegebenen stetigen und auf $\mathbb{R}^n$ beschränkten Anfangsdaten $\varphi(x)$ gilt
$$\inf_{z\in\mathbb{R}^n} \varphi(z) \le u(x,t) \le \sup_{z\in\mathbb{R}^n} \varphi(z)\ .$$

Aufgabe 3:

Es sei Ω beschränkt, u eine Lösung der Wärmeleitungsgleichung und u erfülle die Regularitätsannahmen des Maximumprinzips (Theorem 6.2.). Zeige, dass die Funktion u ihr Maximum and ihr Minimum auf S_T annimmt.

Aufgabe 4:

Beweise folgendes Vergleichsprinzip. Nimmt man an, dass zwei Funktionen u, v die Regularitätsannahmen des Maximumprinzips erfüllen und sei Ω beschränkt. Dann folgt aus den Ungleichungen
$$\begin{aligned} u_t - \triangle u &\le v_t - \triangle v \ \text{ in } D_T \\ u &\le v \ \text{ auf } S_T \end{aligned}$$
die Ungleichung $u \le v$ in D_T.